FIȘĂ DE LUCRU

SEMESTRUL I – clasa a 12-a

Profesor Cristea Tatiana

Colegiul Național ”Nicolae Titulescu”,Craiova

NR. I

Subiectul I (4.5puncte):

1. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x * y = xy - 4x - 4y + 20$.
   a) Calculaţi $3 * 4$; (0.5)
   b) Determinaţi a , număr real, astfel încât $x * a = a * x = a, \forall x \epsilon R$. (0.5)
   c) Arătaţi că $* y = (x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere reale *x* şi y . (0.5)
   d) Arătaţi că x*x*x*…*x =$(x-4)^n + 4, \forall\, n \epsilon N^*$. (1)
   e) Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x * x * x * x * x = x$. (0.5)
2. Se consideră mulţimea $G = \left\{ A(x) = \begin{pmatrix} 1 & -3x & 9x^2 \\ 0 & 1 & -6x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| \, x \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ şi operaţia de înmulţire a matricelor.
   a) Să se arate că $(G,\cdot)$ are o structură de grup abelian. (0.5)
   b) Să se demonstreze că grupul $(G,\cdot)$ este izomorf cu grupul aditiv al numerelor reale. (0.5)
   c) Să se calculeze $\left(A(2)\right)^{2020}$ (0.5).

Subiectul II(4.5 puncte):

1. Fie funcţiile $f, F: [1;2] \to [1;2]$ $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}}$ şi $F(x) = ln\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$. Să se arate că F este o primitivă a lui f. (1)
2. Pentru orice număr natural nenul *n* se consideră integralele $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$.
   a) Să se calculeze: $I_0,\ I_1$.(1)
   b) Să se arate că: $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1},\ \forall n \in N^*$. (0.5)
   c) $\lim_{n\to\infty} I_n$(0.5).
3. Calculaţi :
   a) $\int_0^{\pi} xcosdx; b)\ \int_0^1 x\sqrt{x^2+1}\,dx; c)\ \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx$. (1.5)

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii.
Se acordă 1 punct din oficiu.

FIŞĂ DE LUCRU
SEMESTRUL I – clasa a12- a
NR. II
Subiectul I (4.5puncte):

1. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x * y = xy - 5x - 5y + 30$.
   a) Calculaţi $3 * 5$. (0.5)
   b) Determinaţi a, număr real, astfel încât $x * a = a * x = a, \forall x \epsilon R$. (0.5)
   c) Arătaţi că $* y = (x - 5)(y - 5) + 5$, pentru orice numere reale x şi y . (0.5)
   d) Arătaţi că x*x*x*…*x =$(x-5)^n + 5, \forall n \epsilon N^*$. (1)
   e) Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x * x * x * x * x = x$. (0.5)
2. Se consideră mulţimea $G = \left\{ A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4^x \end{pmatrix} \middle| \, x \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ şi operaţia de înmulţire a matricelor.
   a) Să se arate că $(G,\cdot)$ are o structură de grup abelian. (0.5)
   b) Să se demonstreze că grupul $(G,\cdot)$ este izomorf cu grupul aditiv al numerelor reale. (0.5)
   c) Să se calculeze $\left(A(2)\right)^{2020}$ (0.5).

Subiectul II(4.5 puncte):

1. Fie funcţiile $f, F: R \to R$ $f(x) = \frac{-2x}{x^4+2x^2+2}$ şi $F(x) = arctg\frac{1}{x^2+1}$. Să se arate că F este o primitivă a lui f. (1)

2. Pentru orice număr natural nenul n se consideră integralele $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+3}dx$.

a) Să se calculeze: I_0, I_1; (1)

b) Să se arate că $I_{n+1} + 3I_n = \frac{1}{n+1}$, $\forall n \in N^*$; (0.5) c)$\lim_{n\to\infty} I_n$. (0.5)

3. Calculaţi :
   a) $\int_0^{\pi} xsinxdx; b)\ \int_0^{\sqrt{\pi}} xsin\,x^2dx; c)\ \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}dx$(1.5).

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii.
Se acordă 1punct din oficiu.

Bibliografie

1.Ghid de pregătire, Matematică-M1, Ed.Sigma, 2009
2.Matematică pentru examenul de bacalaureat, Clubul matematicienilor,Ed. Art,2013